SINUSNA NIHANJA SESTAVLJENIH NIHAL

Aleš Globočnik in Tevž Lotrič

Uvod

Namen raziskovanja je bil poiskati vse načine nihanja dveh do štirih nihal, med seboj povezanih z vzmetmi, kjer ne pride do utripanja – torej ima vsako nihalo svojo konstantno amplitudo.

Teorija

Očitno je, da bodo morala imeti vsa nihala v sistemu isto frekvenco. Le tako bo cel sistem deloval periodično, kar je naš cilj.

Metode

Lotili smo se vsakega od treh primerov posebej. Sestavili smo enostavna nihala in jih povezali s šibkimi vzmetmi. Nato smo poskušali razne nastavitve nihal, ki so se nam zdele primerne, in opazovali rezultate. Pri nekaterih primerih pri treh, predvsem pa štirih nihalih smo pa uporabili enostavni računalniški program, ki na podlagi začetnih lokacij nihal simulira nihanje čez daljše časovno obdobje. Na ta način smo lahko natančneje preizkusili več nihanj.

Rezultati

Najlažji način za prikaz rezultatov je, da podamo razmerja začetnih amplitud. V vseh najdenih nihanjih so bile vse začetne hitrosti 0. Rešitve bodo zapisane v oglatih oklepajih, če npr. prvi dve nihali začneta z določeno amplitudo v eni, tretje pa z dvojno amplitudo v drugi smeri, bo to zapisano kot [1 1 -2].

1 nihalo

To je trivialna rešitev – [1].

2 nihali

V tem primeru ste rešitvi očitni: [1 1] in [1 -1]. Rešitev več ni, saj bi kakršnakoli razlika v magnitudah amplitud povzročila nestabilnost.

3 nihala

Prva rešitev je ponovno trivialna - [1 1 1]. Tu nihala nihajo sinhrono, kot da med njimi ni vzmeti.

Druga rešitev je [-1 0 1]. Rešitev je simetrična preko srednjega nihala, torej je vsota sil nanj vedno 0 in bo ostal na mestu. Drugi dve nihali pa zaradi tega lahko nihata, kot da bi bili pritrjeni na steno.

Obstaja še tretja rešitev, [1 -2 1]. Za preverjanje, da je rešitev pravilna, bi potrebovali reševati diferencialne enačbe, a lahko pogoj poenostavimo, da mora biti razmerje med amplitudo in vsoto sil vzmeti na nihala vsaj na začetku enako za vsa nihala. Sila na prvo nihalo je $-3k$, kjer je k raztezni koeficient vzmeti, naša dolžinska enota je 1. Na drugo nihalo delujeta dve sili, njuna vsota je $(1-(-2) + 1-(-2))k = 6k$. Na tretjo, podobno kot na prvo, deluje sila $-3k$. Obstaja konstanto razmerje, ki je v tem primeru $-3k$.

4 nihala

Ena rešitev je spet sinhrono nihanje – [1 1 1 1].

Druga rešitev je [1 -1 -1 1]. To si lahko predstavljamo, kot da bi vzeli dva sistema dveh [1 -1] in bi ju približali tako, da sta tisti uteži, ki sta skupaj istočasno na isti lokaciji. Torej je vzmet med njima vedno nenapeta in nič ne zmoti dveh podsistemov.

Za naslednjo rešitev se pa nekoliko zaplete. Ko poskušamo [-2 -1 1 2], vidimo, da sistem skoraj deluje. Z nadaljnjim poskušanjem ugotovimo, da je okrog [-2.5 -1 1 -2.5] sistem že skoraj stabilen. Sedaj bomo razmerje med prvima dvema utežema označili kot f (skupaj je [-f -1 1 f]). Vsota sil vzmeti na prvega je sorazmerna $f-1$, vsota sil na drugega je $f-3$, na tretjega je $3-f$ in na zadnjega je $1-f$. Iz tega in razmerja amplitud dobimo, da je $3-f = 1-\frac{1}{f}$. Ko rešimo kvadratno enačbo dobimo dve rešitvi: $f_1 = \sqrt{2}+1$ in $f_2 = 1-\sqrt{2}$. Če poskusimo s prvo, je sistem delujoč, torej je naša tretja rešitev [-f -1 1 f], $f = \sqrt{2}+1$.

Tudi če poskusimo sistem z f_2, sistem deluje, vendar je to sedaj že četrta rešitev: [-f -1 1 f], $f = 1-\sqrt{2}$. To lahko zapišemo z $g = -\frac{1}{f}$ in je rešitev [1 - g g -1], $g = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1 = f_1$.

Zaključek

Število možnih sinusnih nihanj sistema s številom nihal raste.

1 nihalo: [1]

2 nihali: [1 1], [1 -1]

3 nihala: [1 1 1], [-1 0 1], [1 -2 1]

4 nihala: [1 1 1 1], [-1 1 1 -1], [-f -1 1 f], [1 – f f -1], $f = \sqrt{2}+1$

Lahko bi poskušali še z več nihali in opazovali, če se še nadaljnje z vsakim dodanim nihalom število možnih nihanj poveča za eno.